B 9 R 1 7 A 1 7 B A C 2 0 1 4

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2014

الشعب: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 02 سا و30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

1) عيّن باقي القسمة الاقليدية للعدد 28 على العدد 9

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي k : $10^k \equiv 1[9]$

3) استنتج أنّ: $4\times10^4+3\times10^3+2\times10^2+28\equiv 1[9]$

4) أ) تحقّق أنّ: $2^3 \equiv -1[9]$

ب) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $2^{6n}+n-1\equiv 0[9]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الصّحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة، في كلّ حالة من الحالات الأربعة الآتية، مع التّعليل:

1) (u_n) متتالية حسابية أساسها 3 وحدّها $u_2=1$. الحد العام للمتتالية (u_n) هو :

أ) $u_n=1+3n$ ب) $u_n=7+3n$ جـ) $u_n=-5+3n$

2) n عدد طبيعي . المجموع $1+2+3+\cdots+n$ يساوي :

أ) $\frac{n^2+n}{2}$ ب) $\frac{n(n-1)}{2}$ جـ) $\frac{n^2+1}{2}$

3) x عدد حقيقي. تكون الأعداد $x-2$ ، x ، $x+1$ بهذا الترتيب حدودا متعاقبة لمتتالية هندسية إذا كان: أ) $x=3$ ب) $x=5$ جـ) $x=-2$

4) (v_n) متتالية هندسية معرّفة على $\mathbb{N}$، حدّها العام $v_n=2\times3^{n+1}$. أساس المتتالية (v_n) هو:

أ) 2 ب) 3 جـ) 6

التمرين الثالث: (09 نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+2}$

(C_f) المنحنى الممثّل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عيّن العدد الحقيقي α بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2\}$: $f(x)=\alpha-\dfrac{3}{x+2}$

2) عيّن النقط من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها أعدادًا صحيحة.

3) احسب نهاية الدالة f عند كل حد من حدود مجالي تعريفها.

4) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-2\}$: $f'(x)=\dfrac{3}{(x+2)^2}$

(f' الدّالة المشتقّة للدالة f)

ب) شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

5) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات.

6) أ) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة A ذات الفاصلة -1

ب) بيّن أنّه يوجد مماس آخر (Δ') للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ).

7) ارسم المماس (Δ) والمنحنى (C_f).

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

(v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $v_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n؛ $v_{n+1}=5v_n+4$

1) احسب: v_1 ، v_2 و v_3

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n؛ $u_n=v_n+1$

أ- بيّن أنّ (u_n) متتالية هندسية أساسها $q=5$ وحدها الأول $u_0=2$

ب- اكتب u_n بدلالة n واستنتج v_n بدلالة n

جـ- حلّل العدد 1250 إلى جداء عوامل أوليّة واستنتج أنّه حد من حدود المتتالية (u_n)

3) أ- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+.....+u_{n-1}$

ب- احسب بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n=v_0+v_1+.....+v_{n-1}$

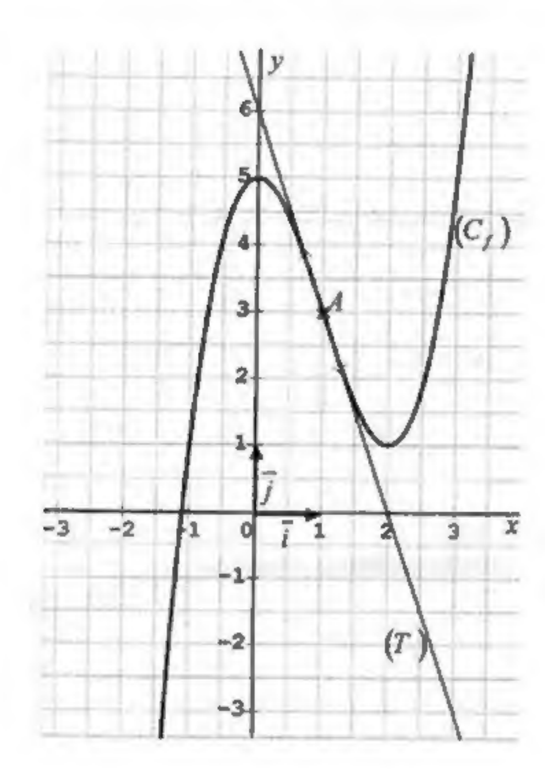
التمرين الثاني: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات الخمسة مع التبرير:

		الاقتراح (أ)	الاقتراح (ب)	الاقتراح (ج)
1	عدد قواسم العدد 1435 هو:	8	5	2
2	إذا كان $a\equiv -1[8]$ فإنّ باقي قسمة a على 8 هو:	-1	7	6
3	العددان 1435 و 2014 متوافقان بترديد:	2	4	3
4	إذا كان $x\equiv 2[5]$ و $y\equiv 2[5]$ فإنّ:	$x^9+y^9\equiv 3[5]$	$x^9+y^9\equiv 2[5]$	$x^9+y^9\equiv 4[5]$
5	لدينا $27\equiv 21[6]$ إذن:	$9\equiv 7[6]$	$9\equiv 7[2]$	$9\equiv 7[3]$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة $A(1;3)$ كما في الشكل:



I) بقراءة بيانية:

1) خمن نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ وشكل جدول تغيراتها.

3) أ) اكتب معادلة للمماس (T)

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمماس (T) ثمّ استنتج أنّ A هي نقطة الانعطاف للمنحنى (C_f)

4) عيّن حلول المتراجحة: $f(x)<5$

II) إذا علمت أنّ f معرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل: $f(x)=x^3+ax^2+b$ حيث: a و b عددان حقيقيان.

1) عيّن العددين a و b

2) تحقق من صحة إجاباتك السابقة حول:

أ) اتجاه تغير الدالة f

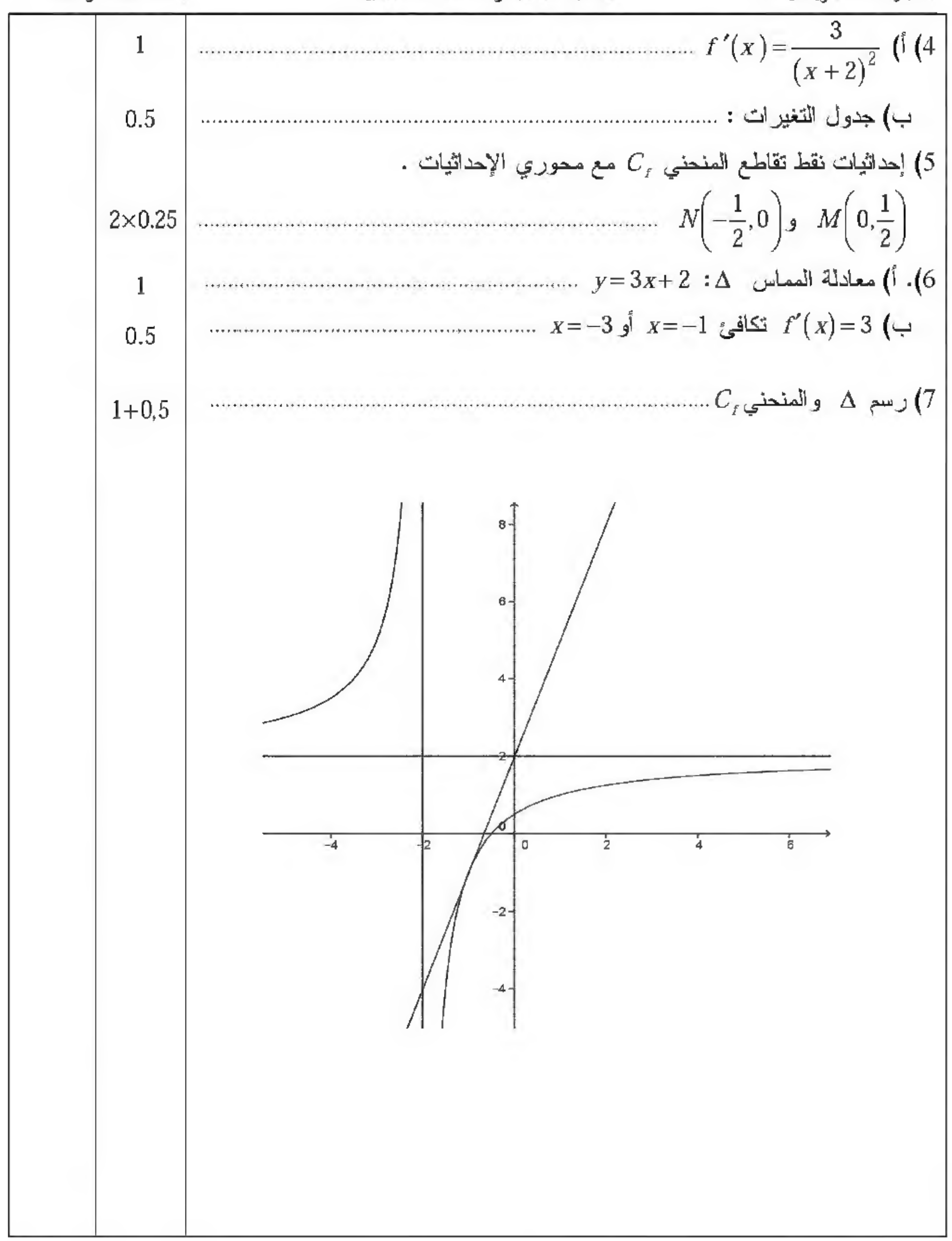
ب) معادلة المماس (T)

ج) نقطة الانعطاف A

د) حلول المتراجحة: $f(x)<5$

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
الموضوع الأول		
التمرين الأول: (05 نقاط)		
1) باقي القسمة الاقليدية للعدد 28 على العدد 9 هو 1	1	05
2) $10\equiv1[9]$ ومنه $10^k\equiv1[9]$	2×0.5	
3) $4\times10^4+3\times10^3+2\times10^2+28\equiv4+3+2+1[9]$ .... $\equiv1[9]$	2×0.5	
4) أ) $2^3\equiv-1[9]$ لأن: $2^3+1=9\equiv0[9]$	1	
ب) تعيين قيم n : $n=9k$ حيث $k\in\mathbb{N}$	1	
التمرين الثاني: (06 نقاط)		
1. الجواب الصحيح : ج) $u_n=-5+3n$	0.5	06
التعليل : $u_n=u_2+(n-2)r$ أو 2 تحقق: $u_n=-5+3n$	1	
2. الجواب الصحيح : أ) $\frac{n^2+n}{2}$	0.5	
التعليل : $1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}=\frac{n^2+n}{2}$	1	
3. الجواب الصحيح : ج) $x=-2$	0.5	
التعليل : $x^2=(x+1)(x-2)$ تكافئ $x=-2$	1	
4. الجواب الصحيح : ب) 3	0.5	
التعليل : $v_{n+1}=3v_n$	1	
التمرين الثالث: (09 نقاط)		
1) $\alpha=2$	0.5	09
2) $x+2$ يقسم 3 وقواسم 3 في $\mathbb{Z}$ هي: $\{-3;-1;1;3\}$ ومنه $x\in\{-5;-3;-1;1\}$ وبالتالي: $B_1(-5,3)$ ، $B_2(-3,5)$ ، $B_3(-1,-1)$ ، $B_4(1,1)$	4×0.25	
3) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=2$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=2$	2×0.5	
$\lim_{x \overset{<}{\to} -2}f(x)=+\infty$ و $\lim_{x \overset{>}{\to} -2}f(x)=-\infty$	2×0.5	
التفسير الهندسي: $x=-2$ و $y=2$ معادلتا مستقيمين مقاربين	2×0.25	

4) أ) $f'(x)=\dfrac{3}{(x+2)^2}$	1	
ب) جدول التغيرات :	0.5	
5) إحداثيات نقط تقاطع المنحني C_f مع محوري الإحداثيات .		
$M\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ و $N\left(-\dfrac{1}{2},0\right)$	2×0.25	
6). أ) معادلة المماس Δ : $y=3x+2$	1	
ب) $f'(x)=3$ تكافئ $x=-1$ أو $x=-3$	0.5	
7) رسم Δ والمنحني C_f	1+0,5	



عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
الموضوع الثاني		
التمرين الأول: (06 نقاط)		
1) $v_1=9$ ، $v_2=49$ ، $v_3=249$	0.75	06
2) أ) $u_{n+1}=5u_n$ ، $q=5$ ، $u_0=2$	1	
ب) $u_n=2\times5^n$ ، $v_n=2\times5^n-1$	2×0.5	
جـ) $1250=2\times5^4$	0.75	
$2\times5^n=2\times5^4$ ومنه $n=4$ أي: $u_4=1250$	0.75	
3) أ) $S_n=\frac{1}{2}(5^n-1)$	1	
ب) $S'_n=\frac{1}{2}(5^n-1)-n$	0.75	
التمرين الثاني: (06 نقاط)		
1) الإجابة أ التبرير: $1435=5\times7\times41$ ومنه عدد القواسم $8=2\times2\times2$ أو إيجاد مجموعة القواسم وعدّها	1+0.5	06
2) الإجابة ب التبرير: $a\equiv-1[8]$ ومنه $a\equiv7[8]$	0.5+0.5	
3) الإجابة ج التبرير: $2014-1435=3\times193$	0.5+0.5	
4) الإجابة ج التبرير: $x^9\equiv2[5]$ و $y^9\equiv2[5]$ ومنه $x^9+y^9\equiv4[5]$	1+0.5	
5) الإجابة ب التبرير: $9\times3\equiv7\times3[2\times3]$ ومنه $9\equiv7[2]$	0.5+0.5	
التمرين الثالث: (08 نقاط)		
I. 1) التخمين: $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	0.5+0.5	08
2) اتجاه التغير: f متزايدة تماما على كل من $]-\infty;0]$ و $[2;+\infty[$ ، ومتناقصة تماما على $[0;2]$	0.75	
جدول التغيرات:	0.5	
3) أ) معادلة (T) : $y=-3x+6$ ، (T) معرف بنقطتين أو بنقطة ومعامل التوجيه -3	0.75	
ب) دراسة الوضعية: (C_f) أسفل (T) على المجال $]-\infty;1[$ ، (C_f) أعلى (T) على المجال $]1;+\infty[$ و (C_f) يقطع (T) في A	0.50	
نقطة الانعطاف: (T) يخترق (C_f) في A ومنه A نقطة الانعطاف....................	0.25	
4) مجموعة حلول المتراجحة هي $]3;+\infty[$	0.5	

	0.5+0.5	II. 1) $a=-3$ ، $b=5$ ....
		2) أ) $f'(x)=3x^2-6x$ وإشارته: x: $-\infty$ 0 2 $+\infty$ ؛ الإشارة: $+$ 0 $-$ 0 $+$
	1	f متزايدة تماما على كل من $]-\infty;0]$ و $[2;+\infty[$ ، ومتناقصة تماما على $[0;2]$ ....
	0.5	ب) معادلة (T) : $y=f'(1)(x-1)+3$ أي: $y=-3x+6$ ....
	0.75	جـ) $f''(x)=6x-6$ وإشارته: x: $-\infty$ 1 $+\infty$ ؛ الإشارة: $-$ 0 $+$ .... ومنه $A(1;3)$ نقطة انعطاف..
	0.5	د) $f(x)>5$ تكافئ $x^2(x-3)>0$ ومنه $x>3$ أي: $S=]3;+\infty[$ ....